

Задача 1

Одна вновь организованная коммерческая фирма решила выпускать два типа стульев x_1 и x_2 . Для их производства необходимо два вида материалов: дерево и ткань. Фирма ежемесячно может иметь 600 единиц дерева и 450 единиц ткани. На производство одного стула x_1 требуется 2 единицы дерева и 3 единицы ткани. На производство одного стула x_2 требуется 3 единицы дерева и 1,5 единицы ткани. Доход от реализации одного стула x_1 составляет 12 тыс. руб. Доход от реализации одного стула x_2 составляет 15 тыс. руб. Сколько надо выпускать стульев того и другого типа, чтобы суммарный доход от их реализации был максимальным?

Задача 2

В условии задачи 1 к двум видам ресурсов (дерево и ткань) добавим третий – время (количество часов на изготовление одного стула).

Одна вновь организованная коммерческая фирма решила выпускать два типа стульев x_1 и x_2 . Для их производства необходимо два вида материалов: дерево и ткань. Фирма ежемесячно может иметь 440 единиц дерева и 65 единиц ткани. На производство одного стула x_1 требуется 2 единицы дерева и 4 единицы ткани. На производство одного стула x_2 требуется 0,5 единицы дерева и 2,5 единицы ткани. Время на изготовление одного стула x_1 2 часа. Время на изготовление одного стула x_2 2,5 часа.

Максимальное время 320 часов. Доход от реализации одного стула x_1 составляет 8 тыс. руб.

Доход от реализации одного стула x_2 составляет 12 тыс. руб.

Сколько надо выпускать стульев того и другого типа, чтобы суммарный доход от их реализации был максимальным?

Этапы моделирования в электронных таблицах

Многие объекты и процессы можно описать математическими формулами, связывающими их параметры. Эти формулы составляют математическую модель оригинала. По формулам можно сделать расчеты с различными значениями параметров и получить количественные характеристики модели. Расчеты, в свою очередь, позволяют сделать выводы и обобщить их. Среда электронных таблиц – это инструмент, который виртуозно и быстро выполняет трудоемкую работу по расчету и перерасчету количественных характеристик исследуемого объекта или процесса.

Моделирование в электронных таблицах проводится по общей схеме, которая выделяет четыре основных этапа: постановка задачи, разработка модели, компьютерный эксперимент и анализ результатов. Рассмотрим особенности проведения моделирования в среде электронных таблиц по каждому этапу.

1 этап. Постановка задачи

Начальным этапом моделирования является постановка задачи.

По характеру постановки задачи все многообразие математических моделей можно разделить на две основные группы: «*что будет, если...*» и «*как сделать, чтобы...*».

Первую группу задач составляют такие задачи, в которых требуется *исследовать, как изменятся характеристики объекта при некотором воздействии на него*. Такую постановку задачи принято называть «*что будет, если...*». Например, как

изменится скорость автомобиля через 6 секунд, если он движется прямолинейно и равноускоренно с начальной скоростью 3 м/с и ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$? Ответ, рассчитанный по формуле $v=v_0+at$ после подстановки исходных значений $3+0,5*6=6$ м/с, и есть результат расчета модели.

Некоторые задачи имеют формулировку несколько шире. Что будет, если изменять исходные данные в заданном диапазоне с некоторым шагом? Такое исследование помогает проследить зависимость параметров объекта от исходных данных. Более широкая постановка задач этой группы называется «анализ чувствительности». Для приведенного выше примера задание звучало бы шире: как изменится скорость автомобиля через 3, 6, 9, 12, 15 и 18 сек.

Для более наглядного отображения зависимости расчетных параметров модели от исходных данных пользуются графиками и диаграммами.

Вторая группа задач имеет следующую обобщенную формулировку: *какое надо произвести воздействие на объект, чтобы его параметры удовлетворяли некоторому заданному условию*. Эта группа задач часто называется «как сделать, чтобы...». Какое количество реактивного топлива надо заложить в космическую ракету, чтобы вывести ее на орбиту с первой космической скоростью? Для расчета этой задачи используются сложные математические формулы реактивного движения.

Часто возникает необходимость проводить моделирование комплексно. Сначала решается задача «что будет, если...». Затем проводится построение расчетных таблиц по аналогичным формулам с изменением исходных данных в некотором диапазоне – «анализ чувствительности». По таблицам проводится анализ зависимости параметров модели от исходных данных с тем, чтобы модель удовлетворяла проектируемым свойствам - «как сделать, чтобы...».

Разработка модели не будет успешной, если четко не сформулировать цели моделирования. Часто целью является найти ответ на вопрос, поставленный в формулировке задачи.

От общей формулировки переходят к *формализации задачи*. На этой стадии четко выделяют прототип моделирования и его основные свойства. Здесь же в соответствии с поставленной целью необходимо выделить параметры, которые известны (исходные данные), и которые следует найти (результаты). Их может быть довольно много, поэтому, в соответствии с целью моделирования, следует выделить только те параметры и факторы взаимодействия, которые оказывают наибольшее влияние на исследуемый объект. Таким образом, в модели намеренно упрощается прототип, чтобы, отбросив второстепенное, сосредоточиться на главном. Следует заметить, что при моделировании в электронных таблицах учитываются только параметры, которые имеют количественные характеристики, и взаимосвязи, которые можно описать формулами. Формализацию проводят в виде поиска ответов на вопросы, уточняющих общее описание задачи.

Если при моделировании исследовать объект как систему, то производится ее анализ: выявляются составляющие системы (элементарные объекты) и определяются связи между ними.

Иногда задача при постановке может быть уже сформулирована в упрощенном виде и в ней четко поставлены цели и определены параметры модели, которые надо учесть. Тогда первый этап моделирования опускается как уже осуществленный.

2 этап. Разработка модели

Этап разработки модели начинается с построения информационной модели в различных знаковых формах, которые на завершающей стадии воплощаются в компьютерную модель.

Информационная модель в табличной форме детально описывает объекты, выявленные при формализации задачи, их параметры, действия.

Иногда полезно дополнить представление об объекте и другими знаковыми формами – схемой, чертежом, формулами, - если это способствует лучшему пониманию задачи.

Во многих исследованиях используется прием *уточнения моделей*. Первоначально моделируется один элементарный объект с минимальным набором входных параметров. Постепенно модель уточняется введением некоторых из отброшенных ранее характеристик. В дальнейшем мы рассмотрим экологическую задачу об исследовании численности популяции и построим для нее несколько моделей с различной степенью огрубления.

При исследовании количественных характеристик объекта необходимым шагом является составление *математической модели*, которая заключается в выводе математических формул, связывающих параметры модели.

На основе составленных информационной и математической моделей составляется *компьютерная модель*. Компьютерная модель непосредственно связана с прикладной программой, с помощью которой будет производиться моделирование. В нашем случае это электронные таблицы. При составлении расчетных таблиц надо четко выделить три основные области данных: исходные данные, промежуточные расчеты, результаты. Исходные данные вводятся «вручную». Промежуточные расчеты и результаты проводятся по формулам, составленным на основе математической модели и записанным по правилам электронных таблиц. В формулах, как правило, используются абсолютные ссылки на исходные данные и относительные ссылки на промежуточные расчетные данные.

3 этап. Компьютерный эксперимент.

После составления компьютерной модели проводятся тестирования и серия экспериментов согласно намеченному плану.

План эксперимента должен четко отражать последовательность работы с моделью.

Первым пунктом такого плана всегда является *тестирование* модели. Тестирование в электронных таблицах начинается с проверки правильности введения данных и формул.

Для проверки правильности алгоритма построения модели используется тестовый набор исходных данных, для которых известен или заранее определен другими способами конечный результат.

Например, если вы используете при моделировании расчетные формулы, то надо подобрать несколько вариантов исходных данных и просчитать их «вручную». Это будет результат, полученный другим способом. Затем, когда модель построена, вы проводите тестирование на тех же вариантах.

В плане должен быть предусмотрен эксперимент или серия экспериментов, удовлетворяющих целям моделирования.

Каждый эксперимент должен сопровождаться осмыслением результатов, которые станут основой анализа результатов моделирования.

4 этап. Анализ результатов моделирования

Заключительным этапом моделирования является анализ модели. По полученным данным проверяется, насколько расчеты отвечают нашему представлению и целям моделирования. Важным качеством исследования является умение увидеть в числах реальный объект или процесс.

Постановка задачи и решение проблемы с помощью процедуры поиска решения

Надстройка «Поиск решения» является частью блока задач, который иногда называют анализом «что-если» (Анализ «что-если» - процесс изменения значений ячеек и анализа влияния этих изменений на результат вычисления формул на листе, например изменение процентной ставки, используемой в таблице амортизации для определения сумм платежей.). «Поиск решения» позволяет найти оптимальное значение для формулы, содержащейся в одной ячейке, называемой целевой. «Поиск решения» работает с группой ячеек, прямо или косвенно связанных с формулой в целевой ячейке. Чтобы получить заданный результат по формуле из целевой ячейки, «Поиск решения» изменяет значения в назначенных ячейках, называемых изменяемыми ячейками. Для уменьшения количества значений, используемых в модели, применяются ограничения, которые могут ссылаться на другие ячейки, влияющие на формулу для целевой ячейки.

«Поиск решения» можно использовать для определения влияния других ячеек на экстремальные значения зависимой ячейки. Например, можно изменить объем планируемого бюджета рекламы и увидеть, как это повлияет на проектируемую сумму расходов.

Пример вычисления с помощью «Поиска решения»

В приведенном ниже примере объем продаж в каждом квартале зависит от уровня рекламы, что косвенно определяет сумму доходов, а также связанные с ней издержки и прибыль. Чтобы найти максимальную возможную сумму общего дохода, процедура поиска решения может повышать ежеквартальные расходы на рекламу (ячейки B5:C5), пока общие расходы не превысят ограничения в 20 000 рублей (ячейка F5). Значения во влияющих ячейках служат для вычисления дохода за каждый квартал, поэтому они связаны с формулой в целевой ячейке F7, =СУММА(Q1 Прибыль:Q2 Прибыль).

	1	2		
	A	B	C	F
1		Кв.1	Кв.2	Итоги
2	Проданное к-во			
3	Объем продаж			
4	Издержки			
5	Реклама	10 000	10 000	20 000
6	Накладные расходы			
7	Прибыль			103 682

- 1 Изменяемые ячейки
- 2 Ячейка с ограничениями
- 3 Целевая ячейка

После выполнения процедуры получены следующие значения.

5	Реклама	7 273	12 346	19 619
6	Накладные расходы			
7	Прибыль			105 447

Постановка задачи и решение проблемы

1. На вкладке **Данные** в группе **Анализ** щелкните **Решатель**. Если команда **Поиск решения** или группа **Анализ** отсутствует, необходимо загрузить надстройку «Поиск решения».

Загрузка надстройки «Поиск решения»



1. Щелкните значок **Кнопка Microsoft Office**, щелкните **Параметры Excel**, а затем выберите категорию **Надстройки**.
2. В поле **Управление** выберите значение **Надстройки Excel** и нажмите кнопку **Перейти**.

3. В поле **Доступные надстройки** установите флажок рядом с пунктом **Поиск решения** и нажмите кнопку **ОК**.
2. В поле Установить целевую ячейку введите ссылку на ячейку или имя целевой ячейки. Целевая ячейка должна содержать формулу.
3. Выполните одно из следующих действий.

- Чтобы значение целевой ячейки было максимальным из возможных, установите переключатель в положение **максимальному значению**.

- Чтобы значение целевой ячейки было минимальным из возможных, установите переключатель в положение **минимальному значению**.

- Чтобы задать для целевой ячейки конкретное значение, установите переключатель в положение **значению** и введите в поле нужное число.

В поле **Изменяя ячейки** введите имена изменяемых ячеек или ссылки на них. Неизменяемые ссылки разделяйте запятыми. Изменяемые ячейки должны быть прямо или косвенно связаны с целевой ячейкой. Можно задать до 200 изменяемых ячеек.

Чтобы автоматически найти все изменяемые ячейки, влияющие на целевую ячейку, нажмите кнопку **Предположить**.

В поле **Ограничения** введите любые ограничения, которые требуется применить.

Добавление, изменение и удаление ограничения

Добавление ограничения

1. В группе Ограничения диалогового окна Поиск решения нажмите кнопку **Добавить**.
2. В поле **Ссылка на ячейку** введите ссылку на ячейку диапазона ячеек, на значения которых накладываются ограничения.
3. Выберите в раскрывающемся списке условный оператор (<=, =, >=, **int** или **bin**), который должен располагаться между ссылкой и ограничением. Если выбрать вариант **int**, в поле **Ограничение** появится **целое число**. Если выбрать вариант **bin**, в поле **Ограничение** появится **двоичное число**.
4. В поле **Ограничение** введите число, ссылку на ячейку или имя ячейки, либо формулу.
5. Выполните одно из следующих действий.
 - Чтобы принять данное ограничение и добавить новое, нажмите кнопку **Добавить**.
 - Чтобы принять ограничение и вернуться в диалоговое окно **Поиск решения**, нажмите кнопку **ОК**.

Материал взят из раздела «Справка» приложения MS Office Excel.

Оптимизационное моделирование

В сфере управления сложными системами (например, в экономике) применяется оптимизационное моделирование, в процессе которого осуществляется поиск наиболее оптимального пути развития системы.

Критерием оптимальности могут быть различные параметры, например, в экономике можно стремиться к максимальному количеству выпускаемой продукции, а можно к ее низкой себестоимости. Оптимальное развитие соответствует

экстремальному (максимальному или минимальному) значению выбранного параметра.

Развитие сложных систем зависит от множества факторов (параметров), следовательно, значение целевого параметра зависит от множества параметров. Выражением такой зависимости является целевая функция

$$K = F(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

где K – значение целевого параметра;

X_1, X_2, \dots, X_n – параметры, влияющие на развитие системы.

Цель исследования состоит в нахождении экстремума этой функции и определении значения параметров, при которых этот экстремум достигается. Если целевая функция нелинейна, то она имеет экстремумы, которые находятся определенными методами.

Однако часто целевая функция линейна и, соответственно, экстремумов не имеет. Задача поиска оптимального режима при линейной зависимости приобретает смысл только при наличии определенных ограничений на параметры.

Рассмотрим в качестве примера моделирования поиск вариантов оптимальной погрузки при перевозке компьютерного класса.

Содержательная постановка проблемы. При получении школой нового компьютерного класса необходимо оптимально спланировать использование единственного легкового автомобиля для перевозки 15 компьютеров. Каждый компьютер упакован в две коробки (монитор и системный блок) и существуют три варианта погрузки коробок в автомобиль.

Таблица 1. Способы погрузки.

Тип коробки	Варианты погрузки		
	1	2	3
Мониторы	3	2	1
Системный блок	1	2	4

Необходимо выбрать оптимальное сочетание вариантов погрузки для того, чтобы перевезти 15 коробок с мониторами и 15 коробок с системными блоками за минимальное количество рейсов автомобиля.

Формальная модель. Параметрами, значения которых требуется определить, являются количества рейсов автомобиля, загруженного различными способами:

X_1 – количество рейсов автомобиля, загруженного по варианту 1;

X_2 – количество рейсов автомобиля, загруженного по варианту 2;

X_3 – количество рейсов автомобиля, загруженного по варианту 3.

Тогда целевая функция, равная количеству рейсов автомобиля, примет вид:

$$F = X_1 + X_2 + X_3.$$

Ограничения накладываются количествами коробок с мониторами и системными блоками, которые необходимо перевезти. Должны выполняться два равенства:

$$3 * X_1 + 2 * X_2 + 1 * X_3 = 15,$$

$$1 * X_1 + 2 * X_2 + 4 * X_3 = 15.$$

Кроме того, количества рейсов не могут быть отрицательными, поэтому должны выполняться неравенства:

$$X_1 \geq 0; \quad X_2 \geq 0; \quad X_3 \geq 0.$$

Таким образом, необходимо найти удовлетворяющие ограничениям значения параметров, при которых целевая функция принимает минимальное значение.

Компьютерная модель. Будем искать решение задачи путем создания и исследования компьютерной модели в электронных таблицах Excel.

Оптимизационное моделирование

1. Ячейки B2, C2 и D2 выделить для хранения значений параметров X_1 , X_2 и X_3 .

2. В ячейку В4 ввести формулу вычисления целевой функции: $=B2+C2+D2$.
3. В ячейку В7 ввести формулу вычисления коробок с мониторами:
 $=3*B2 + 2*C2 + D2$.
4. В ячейку В8 ввести формулу вычисления количества коробок с системными блоками:
 $=B2+ 2*C2 + 4*D2$.

Исследование модели. Для поиска оптимального набора значений параметров, который соответствует минимальному значению целевой функции, воспользоваться надстройкой электронных таблиц *Поиск решения*.

1 Для активизации надстройки ввести команду [Сервис-Надстройки...]. На диалоговой панели поставить флажок перед элементом списка *Поиск решения*.

2 Ввести команду [Сервис-Поиск решений...]. На появившейся диалоговой панели *Поиск решения* установить:

- адрес целевой ячейки;
- вариант оптимизации значения целевой ячейки (максимизация, минимизация или подбор значения);
- адреса ячеек, значения которых изменяются в процессе поиска решения (в которых хранятся значения параметров);
- ограничения (типа *равно* для ячеек, хранящих количество деталей, и типа *больше или равно* для параметров).

3 Щелкнуть по кнопке *Выполнить*.

В ячейке целевой функции появится значение 7, а в ячейках параметров значения 3, 2, 2.

	А	В	С	Д
1		X1	X2	X3
2	Параметры:	3	2	2
3				
4	Целевая функция:	7		
5				
6	Ограничения			
7	Кол-во коробок с мониторами	15		
8	Кол-во коробок с системными блоками	15		

Таким образом, для перевозки 15 коробок с мониторами и 15 коробок с системными блоками потребуется 7 рейсов автомобиля, при этом 3 рейса должны быть загружены по первому, 2 рейса по второму и 2 рейса по третьему варианту.

Материал взят из учебника: Угринович Н.Д. Информатика и информационные технологии. Учебник для 10-11 классов / Н.Д. Угринович. – 4-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 511 с.